JMC vLearning
"your virtual learning partner"

සම්භාවිතාව

AAT අදියර I
BMS - ව්‍යාපාර ගණිතය හා සංඛ්‍යානය

කැලුම් අතුරලිය
B.Sc. (Maths & Statistics)

ජයසේකර කළමනාකරණ මධ්‍යස්ථානය
JMC JAYASEKERA MANAGEMENT CENTRE (PVT) LTD Estd. 1972

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd
Pioneers in Professional Education
65/2A, Chittampalam Gardiner Mawatha, Colombo 02 | T: +94 112 430451 | E: info@jmc.lk | F: +94 115 377917

පරිච්ඡේදය ~ 11

සම්භාවිතාව ~ Probability

සම්භාවිතාව යනු අවිනිශ්චිතතාව ප්‍රමාණාත්මකව දැක්වීමේ ශිල්පීය ක්‍රමයයි.

සම්භාවිතා සංකල්පය හැඳින්වීමේ දී එක් එක් සිද්ධීන් සඳහා පහත සඳහන් ආකාරයට සම්භාවිතා අගයන් පවරා ඇත.

සිද්ධි

	අනිවාර්යයෙන් සිදුනොවන	අවිනිශ්චිත (A)	අනිවාර්යයෙන් සිදුවන
සම්භාවිතාව	0	$0 < P(A) < 1$	1

නියැදි අවකාශය

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි සියළුම ප්‍රතිඵල වලින් යුත් කුලකය නියැදි අවකාශය ලෙස අර්ථ දැක්වේ. මෙය S මගින් සංකේතවත් කරයි.

උදා: දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක් සලකමු.

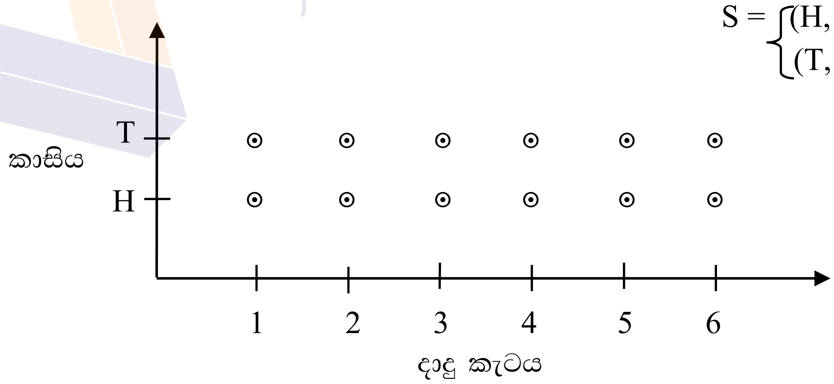
$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

යම් යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණවල නියැදි අවකාශය නිරූපණය කිරීම සඳහා ලක්ෂ ප්‍රස්ථාර, රුක් සටහන් යොදා ගැනේ.

උදාහරණ:

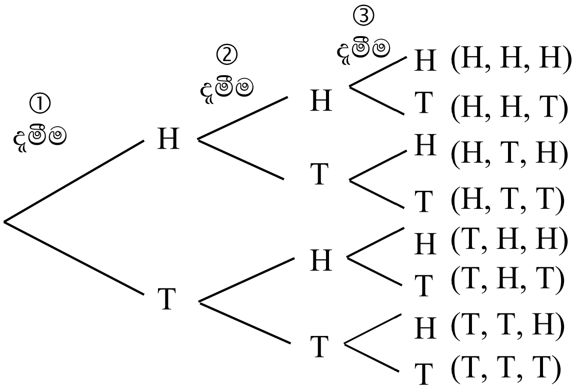
කාසියක් සහ ඝනාකාර දාදු කැටයක් එකවර උඩ දැමීම.

$$S = \begin{Bmatrix} (H, 1), (H, 2)... (H, 6) \\ (T, 1), (T, 2)... (T, 6) \end{Bmatrix}$$



* පහසු හා සරල ක්‍රමයක් වුවද පරීක්ෂණය සිදුකරන වාර ගණන 2ට වැඩි නම් මෙම ක්‍රමය භාවිතා කළ නොහැක.

උදාහරණ:
කාසියක් තුන්වතාවක් උඩ දැමීම.



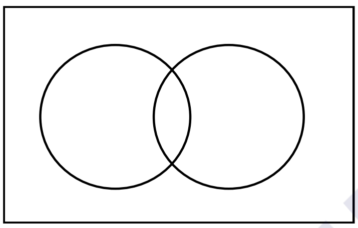
S = {(H, H, H) (H, H, T) (H, T, H) (H, T, T) (T, H, H) (T, H, T) (T, T, H) (T, T, T)}

සම්භාවිතා අර්ථ දැක්වීම

යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකින් ප්‍රතිඵල n සංඛ්‍යාවක් ඇති කරයි නම් එයින් f ප්‍රතිඵල ප්‍රමාණයක් A නම් සිද්ධියකට පක්ෂපාති නම් A සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව f/n ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

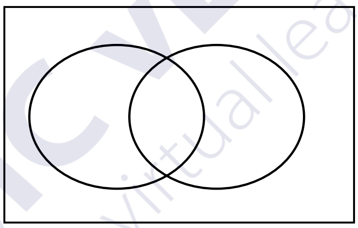
$$\boxed{P(A) = f/n}$$

සිද්ධි 2 ක මේලය



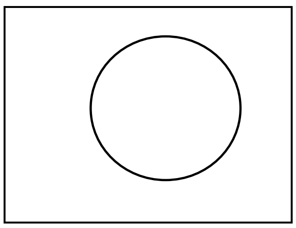
(A∪B)

සිද්ධි 2 ක ඡේදනය



(A∩B)

අනුපූරක සිද්ධි



A'

සම්භාවිතා ආකලන නියමය

A සහ B යනු ඕනෑම සිද්ධීන් 2 ක් වන විට,

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

උදා: 01

P(A) = 0.65, P(B) = 0.55, P(A∩B) = 0.30, නම්, P(A∪B) සොයන්න.

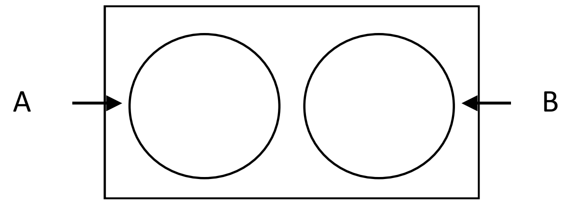
උදා: 02

P(A) = 0.75, P(B) = 0.60, P(A∪B) = 0.85, නම්, P(A∩B) සොයන්න.

අන්‍යෝන්‍යය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

සිද්ධීන් දෙකක් එකවර සිදුවිය නොහැකි නම් එම සිද්ධීන් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධීන් ලෙස හැඳින්වේ. එනම් එක් සිද්ධියක සිදුවීම මගින් අනෙක් සිද්ධියේ සිදුවීම බැහැර කරයි නම් එවැනි සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි ලෙස හැඳින්වේ.

A සහ B යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධීන් දෙකක් නම්,



$A \cap B = \phi$

$P(A \cup B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

උදා:

A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයක් තුළ අර්ථ දක්වන ලද අන්‍යෝන්‍යය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධීන් 2 ක් ද, $P(A) = 0.45$, $P(B) = 0.35$, නම්, $P(A \cup B)$ සොයන්න.

ස්වායත්ත සිද්ධි

එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි නම් එවැනි සිද්ධි ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස හැඳින්වේ.

උදා: කාසියක් හා දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී කාසියේ හිස ලැබීමත් දාදු කැටයේ 6 ලැබීමත් යන සිද්ධීන් 2 ක එකිනෙක ස්වායත්ත

A සහ B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි 2 ක් නම්,

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

උදා:

A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයක් තුළ අර්ථ දක්වන ලද ස්වායත්ත සිද්ධි 2 කි.

$P(A) = 0.40$, $P(B) = 0.30$, නම්,

i. $P(A \cap B)$ සොයන්න.

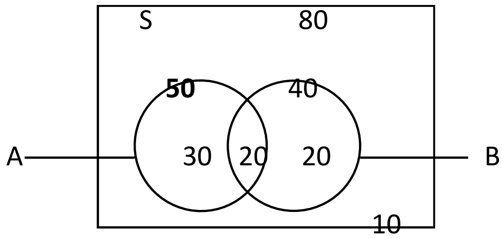
ii. $P(A \cup B)$ සොයන්න.

අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව

A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයක් තුළ අර්ථ දක්වන ලද සිද්ධීන් 2 ක් විට A සිද්ධිය සිදුවී ඇති බව දී ඇති විට B සිද්ධිය සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව P(B/A) මගින් සංකේතවත් කරන අතර එය පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

උදා: එක්තරා විභාගයක දී සිසුන් 80 දෙනෙකු ගණිතය (A) හා විද්‍යාව (B) යන විෂයන් 2 න් සමත් වී ඇති ආකාරය පහත වෙන් රූපයෙන් දැක්වේ.



i. ශිෂ්‍යයෙක් ගණිතයෙන් සමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

$$P(A) = \frac{50}{80}$$

ii. ශිෂ්‍යයෙක් විද්‍යාවෙන් සමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

$$P(B) = \frac{40}{80}$$

iii. ශිෂ්‍යයෙක් ගණිතය සහ විද්‍යාව යන දෙකෙන්ම සමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

$$P(A \cap B) = \frac{20}{80}$$

iv. ශිෂ්‍යයෙක් ගණිතයෙන් සමත් නම් ඔහු විද්‍යාවෙන් සමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

$$P(B/A) = \frac{20}{50}$$

v. ශිෂ්‍යයෙක් විද්‍යාවෙන් සමත් නම් ඔහු ගණිතයෙන් සමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

vi ශිෂ්‍යයෙක් විද්‍යාවෙන් සමත් නම් ඔහු ගණිතයෙන් අසමත් වීමේ සම්භාවිතාව,

සම්භාවිතා ව්‍යාප්ති

විවික්ත විචල්‍යයන්ගේ සම්භාවිතා ව්‍යාප්ති

සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් යනු, සසම්භාවී විචල්‍යයකට ගත හැකි අගයන් සහ එම අගයන් ලබා ගැනීමේ සම්භාවිතාවන් වගුවක් ආකාරයෙන් පිළියෙල කළ විට එය සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් ලෙස හැඳින්වේ. සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් ශ්‍රිතයක් මගින් ද ප්‍රකාශ කළ හැකි වේ.

උදා: X : කාසි 2 ක් උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන හිස් සංඛ්‍යව

X	0	1	2	එකතුව
P(x)	1/4	2/4	1/4	1

අපේක්ෂිත අගය / මධ්‍යන්‍ය { E(X) /μ }

$$E(X)\ /\mu = \sum x \times p(x)$$

විචලතාවය (V(X) / σ2)

$$V(X)\ /\ \sigma^2 = \sum x^2 \times p(x) - \left(\sum x \times p(x) \right)^2$$

උදා: X : කාසි 2 ක් උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන හිස් සංඛ්‍යාව

X	P(x)	X. P(x)	X^2. P(x)
0			
1			
2			
එකතුව			

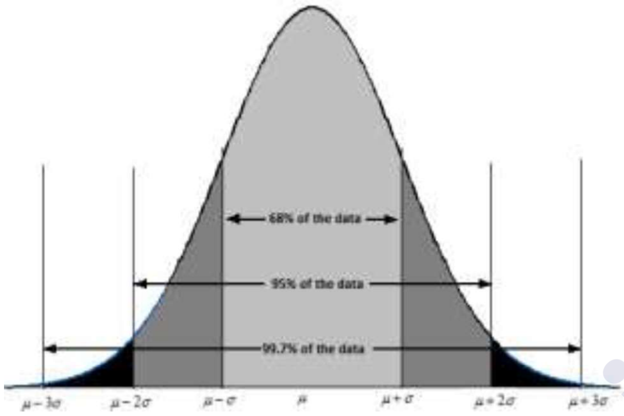
ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය (Normal Distribution)

ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය සන්තතික විචල්‍යයන්ගේ සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියකි. ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය සම්භාවිතා ව්‍යාප්ති අතරින් වඩා වැදගත් ව්‍යාප්තිය ලෙස හැඳින්වේ.

ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

1. මෙය සංඨාකාර හැඩයකින් යුත් සමමිතික ව්‍යාප්තියකි.
2. මෙය මධ්‍යන්‍ය වටා සමමිතික වන අතර මධ්‍යස්ථ හා මාතය මධ්‍යන්‍යයට සමාන වේ.
3. වක්‍රට දෙකෙළවර තිරස් අක්ෂයට ආසන්න වන නමුත් සිරස් අක්ෂය ස්පර්ෂ නොකරයි.

4. තිරස් අක්ෂය හා වක්‍රය අතර වර්ගඵලය 1 ට සමාන වේ.
5. මධ්‍යන්‍යයේ සිට එක් සම්මත අපගමනයක් වමට හා දකුණට පිහිටි වර්ගඵලය 68.26% කි.
6. මධ්‍යන්‍යය සිට සම්මත අපගමන 2 ක් වමට හා දකුණට පිහිටි වර්ගඵලය 95.45% කි.
7. මධ්‍යන්‍යයේ සිට සම්මත අපගමන 3 ක් වමට හා දකුණට පිහිටි වර්ගඵලය 99.73% කි.



සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය

මධ්‍යන්‍ය 0 සහ විචලතාවය 1 වන පරිදි අර්ථ දක්වනු ලබන ප්‍රමත ව්‍යාප්තික් සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ලෙස හැඳින්වේ.

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියට අදාළ විචල්‍ය Z මගින් අංකනය කරනු ලබයි. මෙය සම්මත ප්‍රමත විචල්‍ය ලෙස හැඳින්වේ.

$$Z = \frac{(X-\mu)}{\sigma}$$

1. එක්තරා ආයතනයක සේවකයින්ගේ මාසික වැටුප මධ්‍යන්‍යය රු. 8,000 ක් සහ සම්මත අපගමනය රු. 500 ක් වන පරිදි ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වී ඇත.

   එම ආයතනයේ සේවකයෙක් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් විට ඔහුගේ වැටුප,

   i. රු. 7,000 ත් රු. 9,000 ත් අතර වීමේ,
   ii. රු. 7,250 ත් රු. 9,400 ත් අතර වීමේ,
   iii. රු. 8,900 ට වැඩි වීමේ,
   iv. රු. 6,700 ට අඩු වීමේ,
   v. රු. 7,000 ට වැඩි වීමේ,
   සම්භාවිතාව සොයන්න.
   vi. ඉහලම වැටුප් ලබන සේවකයින් 20% විධායක ශ්‍රේණියට අයත් වේ. විධායක ශ්‍රේණියේ සේවකයෙකුගේ අවම මාසික වැටුප සොයන්න.